

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

|                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| CONVOCATÒRIA: JULIOL 2016    | CONVOCATORIA: JULIO 2016   |
| Assignatura: MATEMÀTIQUES II | Asignatura: MATEMÁTICAS II |

**BAREM DE L'EXAMEN:**

Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**

Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**OPCIÓ A**

**Problema A.1.** Es dona el sistema 
$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$$
, on  $\alpha$  és un paràmetre real.

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) La solució del sistema quan  $\alpha = 0$ . (3 punts)
- b) El valor del paràmetre  $\alpha$  per al qual el sistema és incompatible. (3 punts)
- c) Els valors del paràmetre  $\alpha$  per als quals el sistema és compatible i determinat, i obteniu la solució del sistema en funció del paràmetre  $\alpha$ . (2 punts)

**Problema A.2.** Es donen els punts  $A = (0, 0, 1)$ ,  $B = (1, 0, -1)$ ,  $C = (0, 1, -2)$  i  $D = (1, 2, 0)$ .

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) L'equació del pla  $\pi$  que conté els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$ . (3 punts)
- b) La justificació que els quatre punts  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$ , no són coplanaris. (2 punts)
- c) La distància del punt  $D$  al pla  $\pi$ , i el volum del tetraedre els vèrtexs del qual són  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$ . (2 punts)

**Problema A.3.** Es dona la funció  $f$  definida per  $f(x) = x^2 + |x|$ , on  $x$  és un nombre real qualsevol i  $|x|$

representa el valor absolut de  $x$ . Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) El punt o punts on la gràfica de la funció  $f$  talla els eixos de coordenades. (2 punts)
- b) La justificació de que la corba  $y = f(x)$  és simètrica respecte a l'eix d'ordenades. (1 punt)
- c) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció  $f$ , i l'extrem relatiu de la funció  $f$ , justificant si és màxim o mínim relatiu. (2 punts)
- d) La representació gràfica d'aquesta corba  $y = f(x)$ . (1 punt)
- e) Les integrals definides  $\int_{-1}^0 f(x)dx$  y  $\int_0^2 f(x)dx$ . (1,5 + 1,5 punts)

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  i  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) El determinant de les matrius  $A \cdot (2(B)^2)$  (1,5 punts)  
i  $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$ . (1,5 punts)
- b) Les matrius  $A^{-1}$  (2 punts)  
i  $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$ . (2 punts)
- c) La solució de l'equació matricial  $A \cdot X + B \cdot X = 3I$ . (3 punts)

**Problema B.2.** Es donen els plans  $\pi : x + y + z = 1$  i  $\sigma : ax + by + z = 0$ , on  $a$  i  $b$  són dos paràmetres reals.

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals el pla  $\sigma$  passa pel punt  $(1, 2, 3)$  i, a més, aquest pla  $\sigma$  és perpendicular al pla  $\pi$ . (3 punts)
- b) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals ocorre que el pla  $\sigma$  passa pel punt  $(0, 1, 1)$  i la distància del punt  $(1, 0, 1)$  al pla  $\sigma$  és 1. (3 punts)
- c) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals la intersecció dels plans  $\pi$  i  $\sigma$  és la recta  $r$  per a la qual el vector  $(3, 2, -5)$  és un vector director d'aquesta recta  $r$ , (3 punts)  
i obteniu les coordenades d'un punt qualsevol de la recta  $r$ . (1 punt)

**Problema B.3.** La diferència de potencial  $x$  entre dos punts d'un circuit elèctric provoca el pas d'un corrent elèctric d'intensitat  $y$ , que està relacionat amb la diferència de potencial  $x$  per l'equació  $y = -x^2 - x + 6$ , sent  $0 \leq x \leq 2$ .

Obtenir **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- a) La gràfica de la funció  $f(x) = -x^2 - x + 6$  (3 punts)  
i deduïu, gràficament o analíticament, el valor de la intensitat  $y$  quan la diferència de potencial  $x$  és 0 i el valor de la diferència de potencial  $x$  al qual correspon una intensitat  $y$  igual a 0, sent  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punt)
- b) El valor de la diferència de potencial  $x$  per al qual és màxim el producte  $y \cdot x$  de la intensitat  $y$  per la diferència de potencial  $x$ , quan  $0 \leq x \leq 2$ , (2 punts)  
i obteniu el valor màxim d'aquest producte  $y \cdot x$ , quan  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punt)
- c) L'àrea de la superfície situada en el primer quadrant limitada per la corba  $y = f(x)$ , l'eix d'abscisses i l'eix d'ordenades. (3 punts)

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema 
$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -3x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + \alpha y - 5z = -4 \end{cases}$$
, donde  $\alpha$  es un parámetro real. Obtener

**razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La solución del sistema cuando  $\alpha = 0$ . (3 puntos)
- b) El valor del parámetro  $\alpha$  para el que el sistema es incompatible. (3 puntos)
- c) Los valores del parámetro  $\alpha$  para los que el sistema es compatible y determinado y obtener la solución del sistema en función del parámetro  $\alpha$ . (2 puntos)

**Problema A.2.** Se dan los puntos  $A = (0, 0, 1)$ ,  $B = (1, 0, -1)$ ,  $C = (0, 1, -2)$  y  $D = (1, 2, 0)$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . (3 puntos)
- b) La justificación de que los cuatro puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ , no son coplanarios. (2 puntos)
- c) La distancia del punto  $D$  al plano  $\pi$ , (2 puntos)
- y el volumen del tetraedro cuyos vértices son  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ . (3 puntos)

**Problema A.3.** Se da la función  $f$  definida por  $f(x) = x^2 + |x|$ , donde  $x$  es un número real cualquiera y  $|x|$  representa al valor absoluto de  $x$ . Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El punto o puntos donde la gráfica de la función  $f$  corta a los ejes de coordenadas. (2 puntos)
- b) La justificación de que la curva  $y = f(x)$  es simétrica respecto al eje de ordenadas. (1 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ , y el extremo relativo de la función  $f$ , justificando si es máximo o mínimo relativo. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de dicha curva  $y = f(x)$ . (1 puntos)
- e) Las integrales definidas  $\int_{-1}^0 f(x)dx$  y  $\int_0^2 f(x)dx$ . (1,5 + 1,5 puntos)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El determinante de las matrices  $A \cdot (2(B)^2)$  (1,5 puntos)  
y  $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$ . (1,5 puntos)
- b) Las matrices  $A^{-1}$  (2 puntos)  
y  $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$ . (2 puntos)
- c) La solución de la ecuación matricial  $A \cdot X + B \cdot X = 3I$ . (3 puntos)

**Problema B.2.** Se dan los planos  $\pi : x + y + z = 1$  y  $\sigma : ax + by + z = 0$ , donde  $a$  y  $b$  son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de  $a$  y  $b$  para los que el plano  $\sigma$  pasa por el punto  $(1, 2, 3)$  y, además, dicho plano  $\sigma$  es perpendicular al plano  $\pi$ . (3 puntos)
- b) Los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales sucede que el plano  $\sigma$  pasa por el punto  $(0, 1, 1)$  y la distancia del punto  $(1, 0, 1)$  al plano  $\sigma$  es 1. (3 puntos)
- c) Los valores de  $a$  y  $b$  para los que la intersección de los planos  $\pi$  y  $\sigma$  es la recta  $r$  para la que el vector  $(3, 2, -5)$  es un vector director de dicha recta  $r$ , (3 puntos)  
y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta  $r$ . (1 punto)

**Problema B.3.** La diferencia de potencial  $x$  entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad  $y$ , que está relacionada con la diferencia de potencial  $x$  por la ecuación  $y = -x^2 - x + 6$ , siendo  $0 \leq x \leq 2$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La gráfica de la función  $f(x) = -x^2 - x + 6$  (3 puntos)  
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad  $y$  cuando la diferencia de potencial  $x$  es 0 y el valor de la diferencia de potencial  $x$  al que corresponde una intensidad  $y$  igual a 0, siendo  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punto)
- b) El valor de la diferencia de potencial  $x$  para el que es máximo el producto  $y \cdot x$  de la intensidad  $y$  por la diferencia de potencial  $x$ , cuando  $0 \leq x \leq 2$ , (2 puntos)  
y obtener el valor máximo de dicho producto  $y \cdot x$ , cuando  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punto)
- c) El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva  $y = f(x)$ , el eje de abscisas y el eje de ordenadas. (3 puntos)