

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2014	CONVOCATORIA: JUNIO 2014
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Donat el sistema d'equacions
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 4y + 5z = k - 2 \\ x + k^2y + 3z = 2k \end{cases}$$
, on k és un paràmetre real, es demana:

- Discutir, **d'una manera raonada**, el sistema segons els valors de k . (4 punts).
- Obtenir, **d'una manera raonada**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**, totes les solucions del sistema quan $k = -1$. (3 punts).
- Resoldre **d'una manera raonada** el sistema quan $k = 0$. (3 punts).

Problema A.2. Es donen el punt $A = (-1, 0, 2)$ i les rectes $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$ i $s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- L'equació del pla π que passa pel punt A i conté la recta r . (3 punts).
- L'equació del pla σ que passa pel punt A i és perpendicular a la recta s . (3 punts).
- Un vector direcció de la recta l intersecció dels plans π i σ (2 punts) i la distància entre les rectes s i l . (2 punts).

Problema A.3. Obteniu **raonadament**, **escriuint tots els passos del raonament utilitzat**:

- El valor de m per al qual la funció $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ és contínua en $x = 0$. (3 punts).
- Els intervals de creixement o decreixement de la funció $(x+1)e^{2x}$. (3 punts).
- La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$, (2 punts) i l'àrea limitada per la corba $y = (x+1)e^{2x}$, i les rectes $x = 0$, $x = 1$ i $y = 0$. (2 punts).

OPCIÓ B

Problema B.1. Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ i $C = (-1 \ 1 \ 3)$

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

- La matriu inversa A^{-1} de la matriu A . (3 punts).
- La matriu X que és solució de l'equació $AX = BC$. (4 punts).
- El determinant de la matriu $2M^3$, sent M una matriu quadrada d'ordre 2 el determinant de la qual val $\frac{1}{2}$. (3 punts).

Problema B.2. Tenim el triangle T , els vèrtexs del qual són $A = (1, 2, -2)$, $B = (0, -3, 1)$ i $C = (-1, 0, 0)$, i

els plans $\pi_1 : x + y + z + 1 = 0$ i $\pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

- La posició relativa del pla π_1 i del pla que conté al triangle T . (4 punts).
- Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al pla π_1 i un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al pla π_2 (1,5 punts), i el cosinus de l'angle format pels vectors $\vec{n}_1$ i $\vec{n}_2$ (1,5 punts).
- Les equacions paramètriques de la recta intersecció dels plans π_1 i π_2 . (3 punts).

Problema B.3. Tenim un quadrat de marbre de costat 80 cm. Es produeix el trencament d'un cantó i queda un pentàgon de vèrtexs $A = (0, 20)$, $B = (20, 0)$, $C = (80, 0)$, $D = (80, 80)$ i $E = (0, 80)$. Per a obtenir una peça rectangular, triem un punt $P = (x, y)$ del segment AB i fem dos talls paral·lels als eixos X i Y . Així obtenim un rectangle R els vèrtexs del qual són els punts $P = (x, y)$, $F = (80, y)$, $D = (80, 80)$ i $G = (x, 80)$.

Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

- L'àrea del rectangle R en funció de x , quan $0 \leq x \leq 20$. (3 punts).
- El valor de x per al qual l'àrea del rectangle R és màxima. (5 punts).
- El valor de l'àrea màxima del rectangle R . (2 punts).

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2014	CONVOCATORIA: JUNIO 2014
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 4y + 5z = k - 2 \\ x + k^2y + 3z = 2k \end{cases}$$
, donde k es un parámetro real se pide:

- Discutir razonadamente el sistema según los valores de k . (4 puntos).
- Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, todas las soluciones del sistema cuando $k = -1$. (3 puntos).
- Resolver razonadamente el sistema cuando $k = 0$. (3 puntos).

Problema A.2. Se dan el punto $A = (-1, 0, 2)$ y las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$ y $s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a la recta r . (3 puntos).
- La ecuación del plano σ que pasa por el punto A y es perpendicular a la recta s . (3 puntos)
- Un vector dirección de la recta l intersección de los planos π y σ (2 puntos) y la distancia entre las rectas s y l . (2 puntos).

Problema A.3. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El valor de m para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x}, & x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x}, & x > 0 \end{cases}$ es continua en $x = 0$. (3 puntos).
- Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$. (3 puntos).
- La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$, (2 puntos) y el área limitada por la curva $y = (x+1)e^{2x}$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$. (2 puntos).

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = (-1 \ 1 \ 3)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La matriz inversa A^{-1} de la matriz A . (3 puntos).
- La matriz X que es solución de la ecuación $AX = BC$. (4 puntos).
- El determinante de la matriz $2M^3$, siendo M una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $\frac{1}{2}$. (3 puntos).

Problema B.2. Se da el triángulo T , cuyos vértices son $A = (1, 2, -2)$, $B = (0, -3, 1)$ y $C = (-1, 0, 0)$, y los

$$\text{planos } \pi_1 : x + y + z + 1 = 0 \text{ y } \pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}.$$

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa del plano π_1 y del plano que contiene al triángulo T . (4 puntos).
- Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al plano π_1 y un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al plano π_2 (1,5 puntos) y el coseno del ángulo formado por los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ (1,5 puntos).
- Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 . (3 puntos).

Problema B.3. Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A = (0, 20)$, $B = (20, 0)$, $C = (80, 0)$, $D = (80, 80)$ y $E = (0, 80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P = (x, y)$ del segmento AB y se hacen dos cortes paralelos a los ejes X e Y . Así se obtiene un rectángulo R cuyos vértices son los puntos $P = (x, y)$, $F = (80, y)$, $D = (80, 80)$ y $G = (x, 80)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El área del rectángulo R en función de x , cuando $0 \leq x \leq 20$. (3 puntos).
- El valor de x para el que el área del rectángulo R es máxima. (5 puntos).
- El valor del área máxima del rectángulo R . (2 puntos).