

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2013	CONVOCATORIA: JUNIO 2013
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es té el sistema d'equacions
$$\begin{cases} 2x + 5y = a \\ -x - 4y = b \\ 2x + y = c \end{cases}$$
, on a , b i c són tres nombres reals. Calculeu

raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- La relació que han de verificar els nombres a , b i c perquè el sistema siga compatible. (4 punts).
- La solució del sistema quan $a = -1$, $b = 2$ i $c = 3$. (2 punts).
- La solució del sistema quan els nombres a , b i c verifiquen la relació $a = c = -2b$. (4 punts).

Problema A.2. Tenim $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, 0)$ i $C = (0, 2, 3)$. Determineu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- L'àrea del triangle de vèrtexs O , A i B , (3 punts) i el volum del tetraedre de vèrtexs O , A , B i C . (2 punts).
- La distància del vèrtex C al plànel que conté el triangle OAB . (3 punts).
- La distància del punt C' al plànel que conté el triangle OAB , sent C' el punt mitjà del segment d'extremes O i C . (2 punts).

Problema A.3. Es va estudiar el moviment d'un meteorit del sistema solar durant un mes. Es va obtenir que l'equació de la seua trajectòria T és $y^2 = 2x + 9$, sent $-4,5 \leq x \leq 8$ i $y \geq 0$, estant situat el Sol en el punt $(0, 0)$.

Calculeu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- La distància del meteorit al Sol des d'un punt P de la seua trajectòria l'abscissa del qual és x . (3 punts).
- El punt P de la trajectòria T on el meteorit aconsegueix la distància mínima al Sol. (5 punts).
- La distància mínima del meteorit al Sol. (2 punts).

Nota. En els tres resultats només cal donar l'expressió algebraica o el valor numèric obtingut, sense esmentar la unitat de mesura, per no haver sigut indicada en l'enunciat.

OPCIÓ B

Problema B.1. Ateses les matrius $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, calculeu raonadament el valor

dels determinants següents, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) $|A + B|$ i $\left| \frac{1}{2}(A + B)^{-1} \right|$. (4 punts).
- b) $|(A + B)^{-1}A|$ i $|A^{-1}(A + B)|$. (3 punts).
- c) $|2ABA^{-1}|$ i $|A^3B^{-1}|$. (3 punts).

Problema B.2. A partir dels punts $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, -1, 0)$, $C = (0, 1, 1)$ i $P = (0, -3, 2)$, es demana calcular raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La distància del punt P al punt A . (2 punts)
- b) La distància del punt P a la recta que passa pels punts A i B . (4 punts)
- c) La distància del punt P al plànol que passa pels punts A , B i C . (4 punts)

Problema B.3. Atesa la funció f definida per $f(x) = \sin x$, per a qualsevol valor real x , es demana que calculeu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) L'equació de la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt d'abscissa $x = \pi/6$. (4 punts).
- b) L'equació de la recta normal a la corba $y = f(x)$ en el punt d'abscissa $x = \pi/3$. Es recorda que la recta normal a una corba en un punt P és la recta que passa per aquest punt P i és perpendicular a la recta tangent a la corba en el punt P . (3 punts).
- c) L'angle format per les rectes determinades en els apartats a) i b). (3 punts).

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2013	CONVOCATORIA: JUNIO 2013
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).

S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Se tiene el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x + 5y = a \\ -x - 4y = b \\ 2x + y = c \end{cases}$$
, donde a , b y c son tres números reales. Obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La relación que deben verificar los números a , b y c para que el sistema sea compatible. (4 puntos).
- La solución del sistema cuando $a = -1$, $b = 2$ y $c = 3$. (2 puntos).
- La solución del sistema cuando los números a , b y c verifican la relación $a = c = -2b$. (4 puntos).

Problema A.2. Sean $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, 0)$ y $C = (0, 2, 3)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El área del triángulo de vértices O , A y B , (3 puntos) y el volumen del tetraedro de vértices O , A , B y C . (2 puntos).
- La distancia del vértice C al plano que contiene al triángulo OAB . (3 puntos).
- La distancia del punto C' al plano que contiene al triángulo OAB , siendo C' el punto medio del segmento de extremos O y C . (2 puntos).

Problema A.3. Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria T es $y^2 = 2x + 9$, siendo $-4,5 \leq x \leq 8$ e $y \geq 0$, estando situado el Sol en el punto $(0, 0)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La distancia del meteorito al Sol desde un punto P de su trayectoria cuya abscisa es x . (3 puntos).
- El punto P de la trayectoria T donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol. (5 puntos).
- Distancia mínima del meteorito al Sol. (2 puntos).

Nota. En los tres resultados sólo se dará la expresión algebraica o el valor numérico obtenido, sin mencionar la unidad de medida por no haber sido indicada en el enunciado.

OPCIÓN B

Problema B.1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener **razonadamente** el valor

de los determinantes siguientes, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) $|A + B|$ y $\left| \frac{1}{2}(A + B)^{-1} \right|$. (4 puntos).
- b) $|(A + B)^{-1}A|$ y $|A^{-1}(A + B)|$. (3 puntos).
- c) $|2ABA^{-1}|$ y $|A^3B^{-1}|$. (3 puntos).

Problema B.2. Dados los puntos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, -1, 0)$, $C = (0, 1, 1)$ y $P = (0, -3, 2)$, se pide calcular **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) La distancia del punto P al punto A . (2 puntos)
- b) La distancia del punto P a la recta que pasa por los puntos A y B . (4 puntos)
- c) La distancia del punto P al plano que pasa por los puntos A , B y C . (4 puntos)

Problema B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \sin x$, para cualquier valor real x , se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/6$. (4 puntos).
- b) La ecuación de la recta normal a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto P es la recta que pasa por ese punto P y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto P . (3 puntos).
- c) El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b). (3 puntos).