

Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II

PAU Comunidad Valenciana – Convocatoria
Ordinaria 2025

Solucionario
2º de Bachillerato

Apartado 1 – Programación lineal y sistemas	2
Apartado 2 – Análisis de funciones	4
Apartado 3 – Probabilidad	6

Apartado 1 – Programación lineal y sistemas (3 puntos)

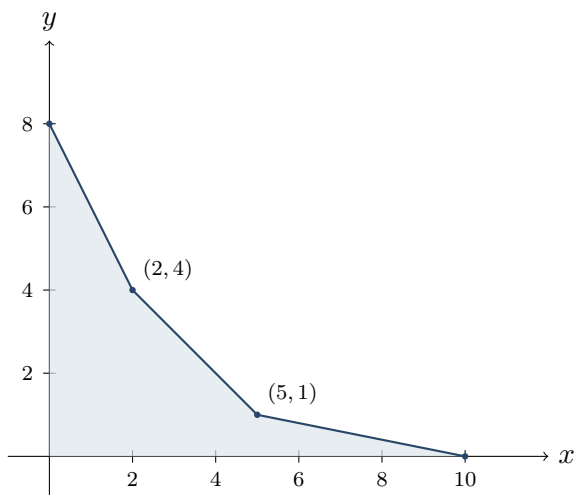
Problema 1.A – Programación lineal (1,5 pt)

Una empresa fabrica productos P_1 , P_2 , P_3 en dos plantas, A y B. Sea x el número de días que funciona la planta A e y el número de días que funciona la planta B. Restricciones y función de coste dadas en el enunciado dan lugar a la siguiente región factible y función objetivo:

Minimizar $C(x, y) = 60x + 60y$ sujeto a las restricciones del problema, con $x, y \geq 0$.

Los vértices de la región factible son $(0, 8)$, $(2, 4)$, $(5, 1)$ y $(10, 0)$. Evaluamos C en cada uno:

Vértice	$C(x, y) = 60x + 60y$
$(0, 8)$	$480 + 120 = 600$
$(2, 4)$	$120 + 300 = 420$
$(5, 1)$	$300 + 75 = 375$
$(10, 0)$	$600 + 0 = 600$



Mínimo en $(x, y) = (5, 1)$: 5 días planta A, 1 día planta B, coste = 375 mil euros

Problema 1.B – Sistema de ecuaciones (1,5 pt)

Un circo vende tres tipos de entrada, a precios a , b y c (en euros): entrada completa (a), entrada para menores de 5 años (b) y entrada para edades de 5 a 16 años (c). Los datos del enunciado (relación entre precios y recaudación total de una sesión, vendiendo 9, 1,8 y 4,5 unidades —en cientos— de cada tipo

de entrada respectivamente) dan lugar al sistema:

$$\begin{cases} b = 2a \\ b = c + 250 \\ 9a + 1,8b + 4,5c = 2115 \end{cases}$$

Resolviendo por sustitución (con **sympy**) se obtiene:

$$a = 150 \text{ euros (completa), } b = 300 \text{ euros (menores de 5), } c = 50 \text{ euros (5 a 16 años)}$$

Comprobación: sustituyendo en la ecuación de ingresos, $9(150) + 1,8(300) + 4,5(50) = 1350 + 540 + 225 = 2115$ ✓ (verificado con **sympy** resolviendo el sistema lineal completo).

Apartado 2 – Análisis de funciones (3,5 puntos)

Problema 2.A – Función definida a trozos (1,75 pt)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+x}, & 0 \leq x < 4, \\ 2x+4, & 4 \leq x < 8, \\ 3x+60-x^2, & 8 \leq x \leq 9. \end{cases}$$

Continuidad. En $x = 4$: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \frac{1+16}{1+4} = \frac{17}{5} = 3,4$, mientras que $f(4) = 2(4) + 4 = 12$. Como los valores no coinciden, **f es discontinua en $x = 4$ (salto).**

En $x = 8$: $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = 2(8) + 4 = 20$ y $f(8) = 3(8) + 60 - 64 = 20$. Como coinciden, **f es continua en $x = 8$.**

Monotonía. En el primer tramo, $g_1(x) = \frac{1+x^2}{1+x}$, con $g'_1(x) = \frac{x^2+2x-1}{(1+x)^2}$; se anula en $x = \sqrt{2} - 1 \approx 0,414$ (raíz positiva dentro de $[0, 4)$). g_1 decrece en $[0, \sqrt{2} - 1)$ y crece en $(\sqrt{2} - 1, 4)$.

En el segundo tramo, $g_2(x) = 2x + 4$ es lineal con pendiente positiva: **creciente** en todo $[4, 8)$.

En el tercer tramo, $g_3(x) = 3x + 60 - x^2$, con $g'_3(x) = 3 - 2x < 0$ para todo $x \geq 8$: **decreciente** en todo $[8, 9]$.

Mínimo absoluto en $x = \sqrt{2} - 1$ ($f \approx 0,828$),	Máximo absoluto en $x = 8$ ($f = 20$)
--	---

Área bajo la curva entre $x = 8$ y $x = 9$:

$$\int_8^9 (3x + 60 - x^2) dx = \left[\frac{3x^2}{2} + 60x - \frac{x^3}{3} \right]_8^9 = \frac{79}{6} \approx 13,167.$$

$\text{Área} = \frac{79}{6} \approx 13,167 \text{ u}^2$

Problema 2.B – Función racional (1,75 pt)

$$f(x) = \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8} = \frac{4(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+2)}.$$

Dominio: $x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 4, x = -2$.

$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 4\}$
--

Cortes con los ejes: con OX : $4x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$, puntos $(-3, 0)$ y $(3, 0)$. Con OY : $f(0) = \frac{-36}{-8} = 4,5$, punto $(0, 4,5)$.

Asíntotas: verticales en $x = 4$ y $x = -2$ (donde se anula el denominador y no el numerador). Horizontal: como el grado del numerador es igual al del denominador,

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{4}{1} = 4 \implies \boxed{y = 4}$$

Monotonía y extremos. Derivando:

$$f'(x) = \frac{4(-x^2 + x - 9)}{[(x - 4)(x + 2)]^2}.$$

El discriminante de $-x^2 + x - 9$ es $1 - 36 = -35 < 0$, por lo que el numerador **nunca se anula** y mantiene signo constante (negativo, ya que el coeficiente de x^2 es negativo y no hay raíces reales).

$f'(x) < 0$ para todo $x \in \text{Dom}(f) \Rightarrow f$ es decreciente en cada uno de sus tres intervalos de definición, y no tiene ext.

Apartado 3 – Probabilidad (3,5 puntos)

Una asociación clasifica los municipios en pequeños (35%), medianos (25%) y grandes (40%). Los porcentajes de graduados universitarios son, respectivamente, 20%, 30% y 60%.

3.a) (1 pt) Probabilidad de que un habitante elegido al azar sea graduado.

Por el teorema de la probabilidad total:

$$P(G) = 0,35(0,20) + 0,25(0,30) + 0,40(0,60) = 0,07 + 0,075 + 0,24 = 0,385.$$

$$P(G) = 0,385$$

3.b) (1,25 pt) Sabiendo que una persona está graduada, probabilidad de que viva en un municipio de más de 10 000 habitantes (mediano o grande).

Por Bayes:

$$P(\text{Med} \cup \text{Gra} \mid G) = \frac{P(\text{Med})P(G|\text{Med}) + P(\text{Gra})P(G|\text{Gra})}{P(G)} = \frac{0,075 + 0,24}{0,385} = \frac{0,315}{0,385} = \frac{9}{11}.$$

$$P(\text{Med} \cup \text{Gra} \mid G) = \frac{9}{11} \approx 0,818$$

3.c) (1,25 pt) Combinando la probabilidad de que un habitante sea, a la vez, de municipio pequeño y graduado, con la probabilidad de que sea de municipio mediano (término que pide explícitamente este apartado):

Necesitamos $P(\text{Peq} \cap G)$:

$$P(\text{Peq} \cap G) = 0,35 \times 0,20 = 0,07.$$

El resultado pedido es

$$P(\text{Peq} \cap G) + P(\text{Med}) = 0,07 + 0,25 = 0,32.$$

$$0,32 = \frac{8}{25}$$

Nota de verificación: este cálculo se ha comprobado explícitamente con `sympy` usando fracciones exactas ($P(\text{Peq} \cap G) = 7/100$, $P(\text{Med}) = 1/4$, suma = $8/25 = 0,32$), evitando el error de confundir $P(\text{Peq} \cap G)$ con $P(\text{Peq} \cup \text{Med} \cap G)$.